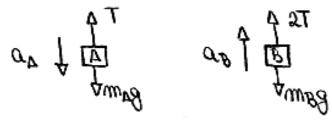
Prof. Igor Ken

1.

a) Isolando-se os blocos:

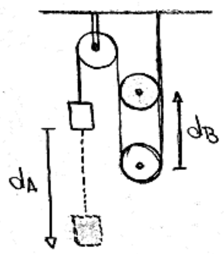


$m_A g > T$ e $2T > m_B g \Rightarrow 2m_A g > m_B g$

$\Rightarrow m_A > m_B/2$

b) Do vínculo geométrico:

$d_A = 2d_B \Rightarrow v_A = 2v_B \Rightarrow a_A = 2a_B$



$a_B = a$ e $a_A = 2a$

$$\begin{cases} m_A g - T = 2m_A a \\ 2T - m_B g = m_B a \end{cases}$$

$(2m_A - m_B)g = (4m_A + m_B)a$

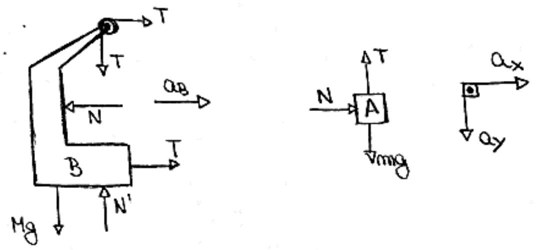
$$\Rightarrow a = \frac{2m_A - m_B}{4m_A + m_B} g$$

Logo:

$$a_B = \frac{2m_A - m_B}{4m_A + m_B} g \quad \text{e} \quad a_A = \frac{2(2m_A - m_B)}{4m_A + m_B} g$$

2.

Como o fio é inextensível, a cada 1m que o bloco B desloca para a direita, o bloco A desloca 2m para baixo. Ainda devemos considerar o deslocamento horizontal de A igual ao de B. Assim, temos:



com $a_B = a_x = a$ e $a_y = 2a$

$$\begin{cases} N = ma_x \\ mg - T = ma_y \\ 2T - N = Ma_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = ma \\ mg - T = 2ma \\ 2T - N = Ma \end{cases}$$

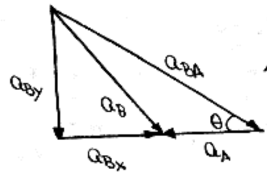
Resolvendo-se o sistema: $a = \dfrac{2m}{M+5m} g$

Tempo de queda: $t_q = \sqrt{\dfrac{2h}{a_y}} = \sqrt{\dfrac{2h}{2a}} = \sqrt{\dfrac{h}{a}}$

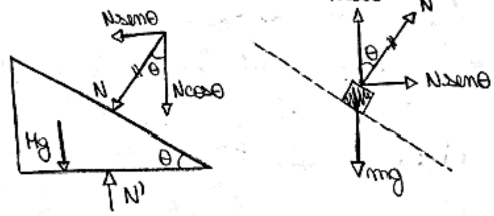
$$t_q = \sqrt{\frac{(M+5m)h}{2mg}}$$

3.

Movimento relativo: $\vec{a}_{BA} = \vec{a}_B - \vec{a}_A \Rightarrow \vec{a}_B = \vec{a}_{BA} + \vec{a}_A$



$$\begin{cases} a_{By} = a_{BA}\,\text{sen}\,\theta \\ a_{Bx} = a_{BA}\cos\theta - a_A \end{cases}$$



$$\begin{cases} N\,\text{sen}\,\theta = m(a_{BA}\cos\theta - a_A) & (I) \\ mg - N\cos\theta = ma_{BA}\,\text{sen}\,\theta & (II) \\ N\,\text{sen}\,\theta = Ma_A & (III) \end{cases}$$

De (I) e (III): $Ma_A = m(a_{BA}\cos\theta - a_A)$

$$\Rightarrow a_A = \frac{m\cos\theta}{M+m} \cdot a_{BA} \quad (IV)$$

De (II) e (III): $mg - \dfrac{Ma_A\cos\theta}{\text{sen}\,\theta} = ma_{BA}\,\text{sen}\,\theta$

$mg\,\text{sen}\,\theta - Ma_A\cos\theta = ma_{BA}\,\text{sen}^2\theta$

$$\Rightarrow a_A = \frac{m\,\text{sen}\,\theta(g - a_{BA}\,\text{sen}\,\theta)}{M\cos\theta} \quad (V)$$

De (IV) e (V):

$$\frac{m\cos\theta}{M+m} \cdot a_{BA} = \frac{m\,\text{sen}\,\theta(g - a_{BA}\,\text{sen}\,\theta)}{M\cos\theta}$$

$M\cos^2\theta \cdot a_{BA} = (M+m)g\,\text{sen}\,\theta - (M+m)\text{sen}^2\theta \cdot a_{BA}$

$$M\underbrace{(\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta)}_{1}a_{BA} + m\,\text{sen}^2\theta\, a_{BA} = (M+m)g\,\text{sen}\,\theta$$

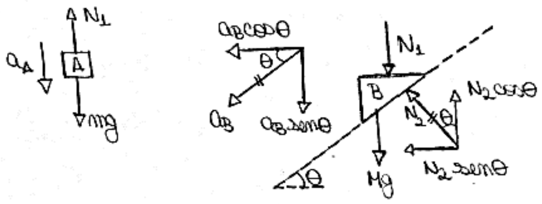
$$\Rightarrow a_{BA} = \frac{(M+m)g\,\text{sen}\,\theta}{M + m\,\text{sen}^2\theta}$$

Substituindo $a_{BA}$ em (IV):

$$a_A = \frac{mg\,\text{sen}\,\theta\cos\theta}{M + m\,\text{sen}^2\theta}$$

4.

Como não há atrito, o bloco A possui aceleração vertical.




Devido ao vínculo geométrico, $a_A = a_B\,\text{sen}\,\theta$ (I)

$$\begin{cases} mg - N_1 = m a_A & (\text{II}) \\ Mg + N_1 - N_2\cos\theta = M a_B\,\text{sen}\,\theta & (\text{III}) \\ N_2\,\text{sen}\,\theta = M a_B\cos\theta & (\text{IV}) \end{cases}$$

Somando (II) com (III) e usando (I):

$$(M+m)g - N_2\cos\theta = (M+m)a_B\,\text{sen}\,\theta$$

$$\Rightarrow N_2\cos\theta = (M+m)(g - a_B\,\text{sen}\,\theta) \quad (\text{V})$$

$$(\text{IV}) \div (\text{V}): \frac{\cancel{N_2}\,\text{sen}\,\theta}{\cancel{N_2}\cos\theta} = \frac{M a_B\cos\theta}{(M+m)(g - a_B\,\text{sen}\,\theta)}$$

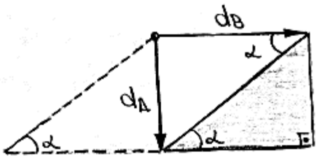
$$(M+m)g\,\text{sen}\,\theta - (M+m)a_B\,\text{sen}^2\theta = M a_B\cos^2\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{a_B = \frac{(M+m)g\,\text{sen}\,\theta}{M + m\,\text{sen}^2\theta}}$$

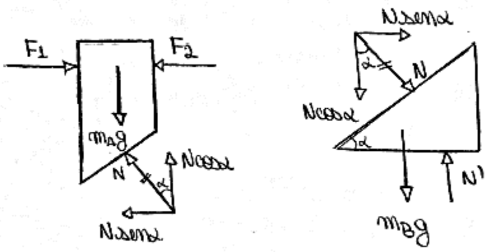
$$\Rightarrow \boxed{a_A = \frac{(M+m)g\,\text{sen}^2\theta}{M + m\,\text{sen}^2\theta}}$$

5.

Nesse exercício, temos um vínculo geométrico.




$$d_A = d_B\,\text{tg}\,\alpha \Rightarrow a_A = a_B\,\text{tg}\,\alpha \quad (\text{I})$$



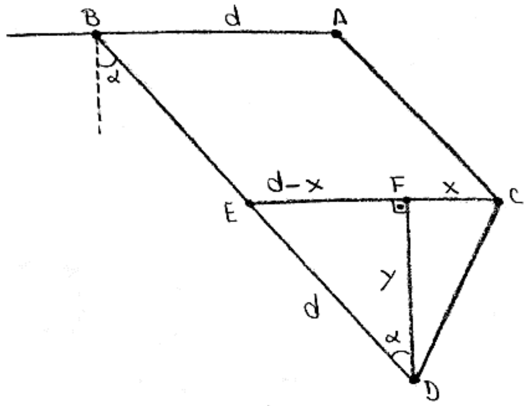

$$\begin{cases} m_A g - N\cos\alpha = m_A a_A & (\text{II}) \\ N\,\text{sen}\,\alpha = m_B a_B & (\text{III}) \end{cases}$$

$$(\text{II}) \text{ e } (\text{III}): \frac{N\,\text{sen}\,\alpha}{N\cos\alpha} = \frac{m_B a_B}{m_A(g - a_A)} = \text{tg}\,\alpha \quad (\text{IV})$$

$$(\text{I}) \text{ e } (\text{IV}): m_B a_B = m_A g\,\text{tg}\,\alpha - m_A a_B\,\text{tg}^2\alpha$$

$$\boxed{a_B = \frac{m_A g\,\text{tg}\,\alpha}{m_B + m_A\,\text{tg}^2\alpha}} \quad \text{e} \quad \boxed{a_A = \frac{m_A g\,\text{tg}^2\alpha}{m_B + m_A g\,\text{tg}^2\alpha}}$$

6.



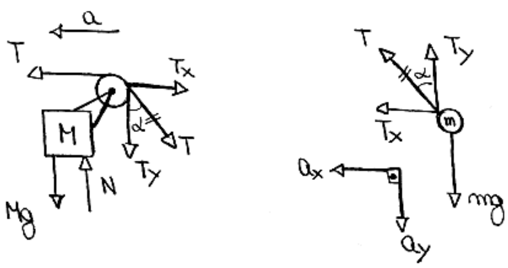

Para o mesmo intervalo de tempo, o bloco M vai de A para B e a esfera m vai de C para D. No $\Delta$ DEF:

$$\begin{cases} d - x = d\,\text{sen}\,\alpha \\ y = d\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = d(1 - \text{sen}\,\alpha) \\ y = d\cos\alpha \end{cases}$$

Logo, considerando-se a aceleração do bloco M igual a a e as componentes da aceleração da esfera m iguais a $a_x$ e $a_y$, temos:

$$a_x = a(1 - \text{sen}\,\alpha) \quad \text{e} \quad a_y = a\cos\alpha$$

Isolando-se os corpos, temos:




$$\begin{cases} T - T_x = Ma \\ T_x = m a_x \\ mg - T_y = m a_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T(1 - \text{sen}\,\alpha) = Ma & (\text{I}) \\ T\,\text{sen}\,\alpha = ma(1 - \text{sen}\,\alpha) & (\text{II}) \\ mg - T\cos\alpha = ma\cos\alpha & (\text{III}) \end{cases}$$

$$(\text{I}) \div (\text{II}): \frac{1 - \text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{M}{m(1 - \text{sen}\,\alpha)}$$

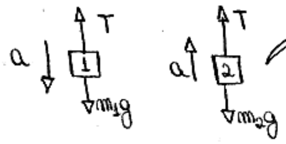
$$\Rightarrow \boxed{M = \frac{(1 - \text{sen}\,\alpha)^2}{\text{sen}\,\alpha} \cdot m}$$

$$(\text{II}) \div (\text{III}): \frac{a(1 - \text{sen}\,\alpha)}{g - a\cos\alpha} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = g\,\text{tg}\,\alpha}$$

7.

Considerando-se o conjunto da direita (Máquina de Atwood), temos:



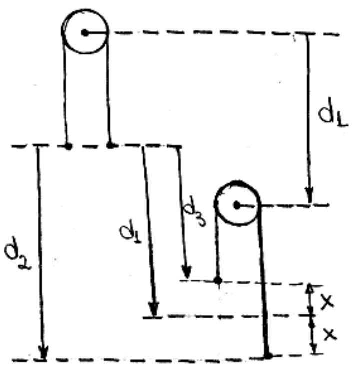

$$\begin{cases} m_1g - T = m_1a \\ T - m_2g = m_2a \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g \quad \text{e} \quad T = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}$$

Para o equilíbrio de M: $Mg = 2T$

$$\Rightarrow \boxed{M = \frac{4m_1m_2}{m_1 + m_2}}$$

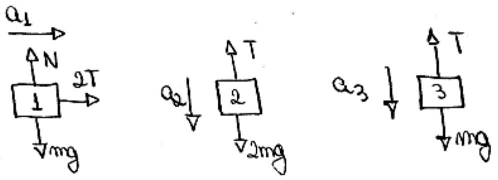
8.




$$\begin{cases} d_2 = d_1 + x \\ d_3 = d_1 - x \end{cases}$$

$$\Rightarrow d_2 + d_3 = 2d_1$$

$$\Rightarrow a_2 + a_3 = 2a_1$$



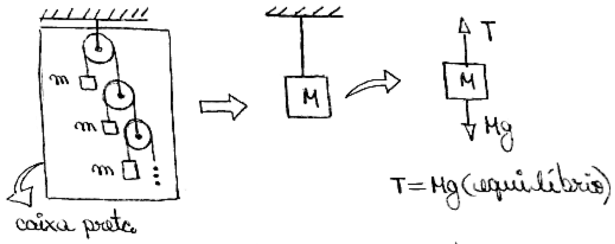

$$\begin{cases} 2T = ma_1 \\ 2mg - T = 2ma_2 \\ mg - T = ma_3 \end{cases} \Rightarrow 2\left(\frac{2T}{m}\right) = g - \frac{T}{2m} + g - \frac{T}{m}$$

$$\Rightarrow T = \frac{4mg}{11}$$

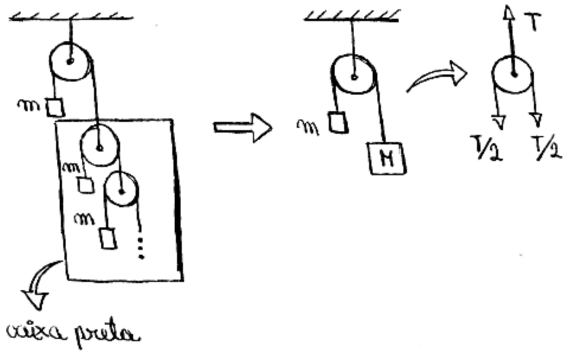
$$\Rightarrow \boxed{a_1 = \frac{8g}{11},\ a_2 = \frac{9g}{11} \ \text{e} \ a_3 = \frac{7g}{11}}$$

9.

Vamos substituir o conjunto de infinitas polias por uma única massa equivalente M




Como o sistema é infinito, ao se retirar uma polia, continuamos com a mesma massa M equivalente:




Do problema clássico da máquina de Atwood simples, temos:

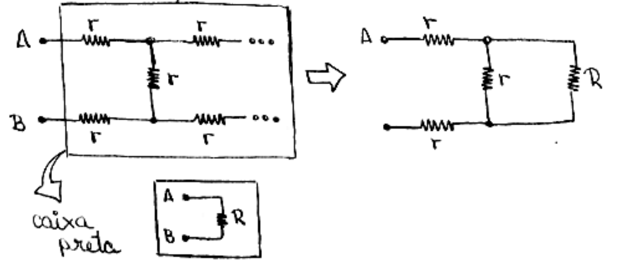
$$\frac{T}{2} = \frac{2Mm}{M+m}\cdot g \Rightarrow T = \frac{4Mm}{M+m}\cdot g$$

Mas, $T = Mg \Rightarrow Mg = \frac{4Mm}{M+m}\cdot g \Rightarrow M = 3m$

Logo, m possui aceleração para cima a, tal que:

$$a = \frac{M-m}{M+m}g = \frac{3m-m}{3m+m}g \Rightarrow \boxed{a = g/2}$$

Fique atento! O ITA e o IME já cobraram questões parecidas em associação de resistores, em que a técnica consiste em encontrar o módulo que se repete e desmembrá-lo da associação:



10.

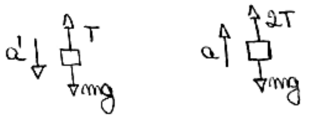
Como o fio é inextensível, se os blocos do meio se deslocarem x para cima, os blocos das extremidades devem se deslocar y para baixo, tal que:

$2y = 2Nx \Rightarrow y = Nx$ (vínculo geométrico)

Assim, sendo a aceleração dos blocos do meio e a' a dos blocos das extremidades, temos:

$$a' = Na$$

Bloco da extremidade — Bloco do meio




$$\begin{cases} mg - T = ma' \\ 2T - mg = ma \end{cases}$$

$$\begin{cases} mg - T = Nma \\ 2T - mg = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2mg - mg = 2Nma + ma \Rightarrow a = \frac{g}{2N+1}$$

Logo: $a' = \dfrac{Ng}{2N+1}$