Circuitos Elétricos: Métodos de Resolução de Malhas Múltiplas

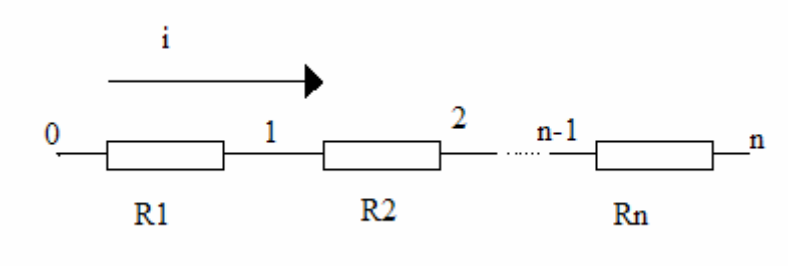
(Por Roberto Rezende)
(Agradecimentos ao professor Leandro Nogueira, que deu apoio com o método de Thévénin)

1)Introdução

O objetivo deste artigo é tratar das diferentes maneiras de se resolver questões sobre circuitos elétricos, um assunto cobrado no IME e no ITA freqüentemente.

2)Associação de Resistores

a)associação de resistores em série: é aquela cuja corrente que passa pelos resistores é constante.



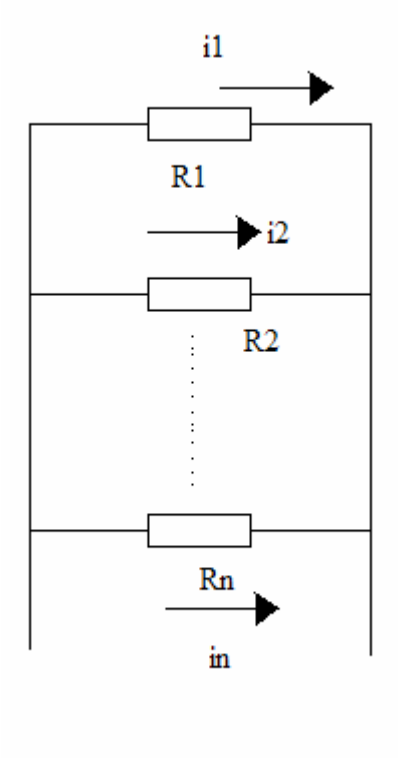
Resistência equivalente em série: sejam n resistores em serie, de R_1 a R_n

Da figura, vemos que $V_{0n} = V_{01} + V_{12} + ... + V_{n-1,n}$

Como V= Ri e as correntes são iguais:

$$R_s = \sum_{1}^{n} R_i$$

b)associação de resistores em paralelo: é aquela cuja diferença de potencial aplicada a todos os resistores é a mesma.



Resistência equivalente em paralelo: sejam n resistores em paralelo, de R_1 a R_n

Da figura, vemos que i= $\sum_1^n i_k$

Mas como i = $\frac{V}{R}$,

Temos que:

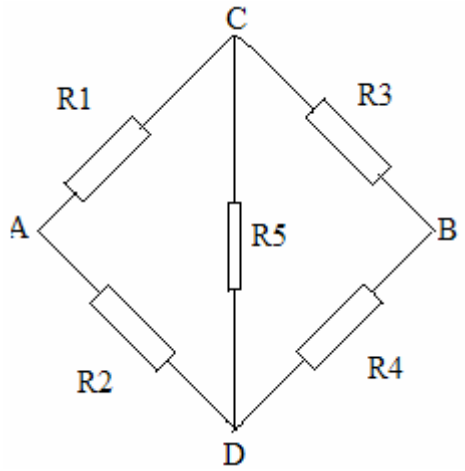
$$\frac{V}{R_p} = \sum_1^n \frac{V}{R_k}$$

logo

$$\frac{1}{R_p} = \sum_1^n \frac{1}{R_k}$$

3) Ponte de Wheatstone

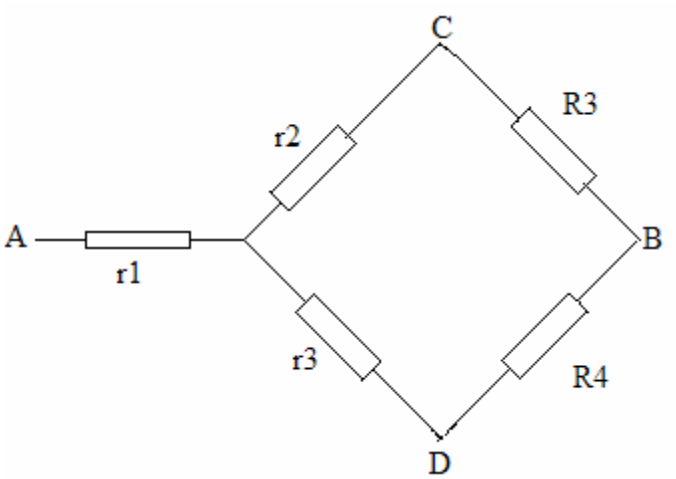
O problema da Ponte de Wheatstone consiste em calcular a resistência equivalente entre os pontos A e B. Para calcular essa R_w, podemos dividir a situação em dois casos:



a) ponte equilibrada: Se temos a relação $R_1R_4 = R_2R_3$, $V_{CD} = 0$ (vale demonstrar), ou seja, não passa corrente em R_5. Logo:

$$R_w = \sum_1^4 R_k /(R_1 + R_3).(R_2 + R_4)$$

b)ponte não-equilibrada: Se a relação $R_1R_4 = R_2R_3$ não vale, a técnica a ser usada é a transformação Delta-Estrela. Tal transformação consiste em criar um circuito equivalente a malha ACD, de modo que haja apenas associações em série e associações em paralelo.

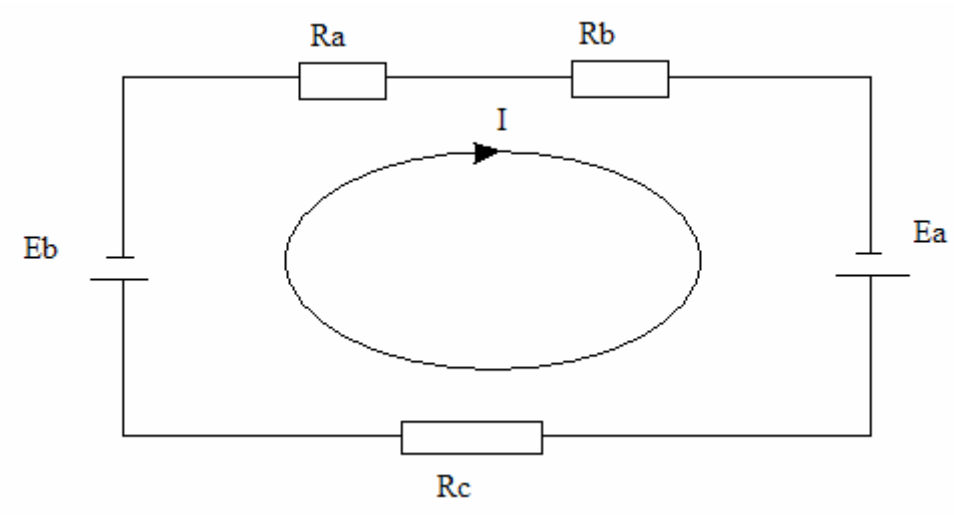


Exercício: Demonstrar a relação Delta-Estrela.

Resposta: $r_1 = \dfrac{R_1R_2}{\sum R}$; : $r_2 = \dfrac{R_1R_3}{\sum R}$; $r_3 = \dfrac{R_2R_3}{\sum R}$.

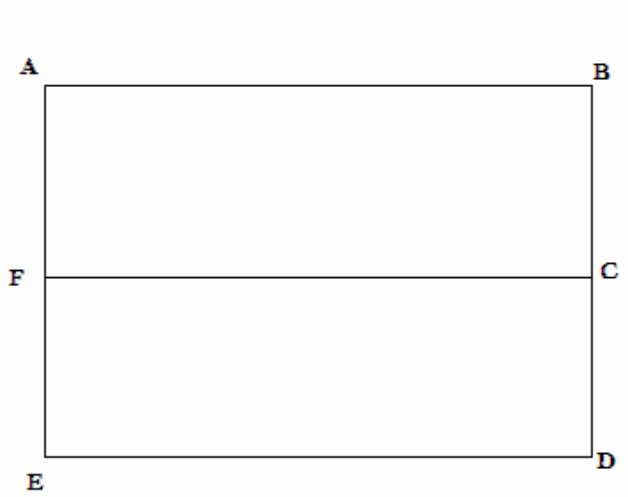
4) Malhas Simples

Em um circuito de malha simples, o artifício a ser usado é que, para qualquer ponto P do circuito, V_{PP} =0. Daí, temos que, no circuito abaixo, por exemplo:



$$E_A - E_B = \mathrm{I} \,.\, (R_A + R_B + R_C)$$

5) Malhas Múltiplas



Alguns nomes usados nas malhas:

Nós : C,F

Ramos: FABC
FC
FEDC

Malhas Simples: ABCFA
FCDEF

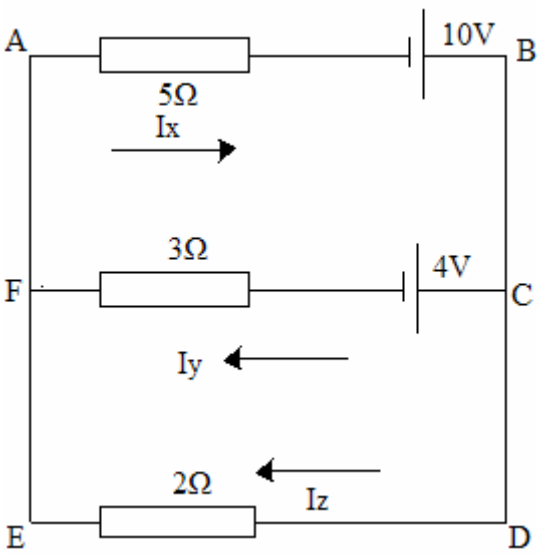
Malha Composta: ABCDEFA

Métodos de Resolução

A) Método de Kirchoff

O método de Kirchoff é nada menos do que a interpretação eletrodinâmica da conservação da energia (diferença de potencial em cada malha simples é nula) e da conservação da matéria (correntes que entram por um nó somam o mesmo valor que as correntes que saem do mesmo nó).

Exemplo Ilustrativo: Calcular as correntes que passam em cada um dos ramos.



1ºpasso: arbitrar uma corrente em cada ramo:
Foram arbitradas as correntes Ix, Iy e Iz, conforme mostra a figura.

2ºpasso: arbitrar um sentido de percurso em cada malha.
Geralmente, é preferível (por questões algébricas) arbitrar o mesmo sentido em todas as malhas, sendo este correspondente ao que tornaria a maior f.e.m. um gerador.
No exemplo arbitraremos o sentido horário.
Se o sentido da corrente e o sentido arbitrado forem os mesmos, o sinal do produto RI será positivo. Caso contrário, o sinal será negativo.
O sinal da f.e.m. é obtido de acordo com o lado que "sai" o sentido arbitrado. Se sair da placa positiva, esta será positiva. Se sair da placa negativa, esta será negativa.

3ºpasso: aplicar conservação do potencial em cada malha simples.
Na malha ABCFA, temos que V_{AA} = 0, logo:

$10-4= 5I_X + 3I_Y$

$6=5I_X + 3I_Y$ (A)

Na malha FCFDE, temos que V_{FF} = 0, logo:

$4 = 2I_Z - 3I_Y$ (B)
De (A)+(B), temos que:
$10 = 5I_X + 2I_Z$ (C), que é o resultado que seria encontrado se fizéssemos o mesmo com a malha ABCDEFA (pode ser usado de prova real).

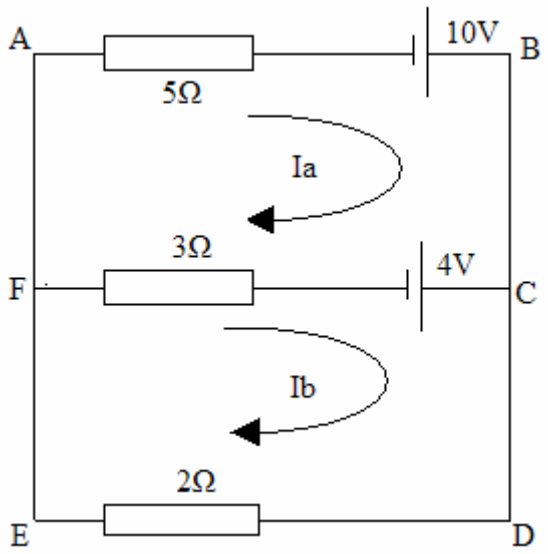
4ºpasso: aplicar a lei dos nós, quantas vezes for necessário para se completar as incógnitas.
Do Nó C, temos que: $I_X = I_Y + I_Z$. (D)

Após realizar as contas, vemos que as correntes encontradas são:
$I_X = \frac{42}{31} A$
$I_Y = -\frac{8}{31} A$
$I_Z = \frac{50}{31} A$
O sinal de cada corrente determina se o sentido é igual ao arbitrado ou não.

B) Método de Maxwell

O Método de Maxwell consiste numa simplificação do Método de Kirchoff, com o objetivo de tornar o trabalho algébrico mais leve. A idéia de Maxwell foi supor a existência de uma corrente circular em cada malha simples, com o objetivo de reduzir o número de correntes a ser encontradas. Para achar todas as correntes que existem no circuito, uma operação de soma nos ramos adjacentes é o suficiente.

Exemplo Ilustrativo: refazer o exemplo anterior, usando agora o método de Maxwell.



1º passo: arbitrar o sentido das correntes circulares.
Neste caso, é bom arbitrar todas as correntes no mesmo sentido, para não haver confusões algébricas. Escolher o sentido que torne a maior f.e.m. positiva ajuda.

2º passo: para cada passo, aplica-se a conservação do potencial, através da equação $\sum E = \sum RI$ malha - $\sum R$ ramo comum I adjacente . Observe:

Malha A: 10-4 = (5+3) $I_A - 3I_B$
6 = 8 I_A - 3 I_B (A)
Malha B: 4 = (3+2) I_B - 3 I_A
4 = - 3 I_A + 5 I_B (B)

3A + 8B➔

18+32 = 31 I_B

$I_B = I_Z = \frac{50}{31} A$

substituindo I_Z em A, temos:

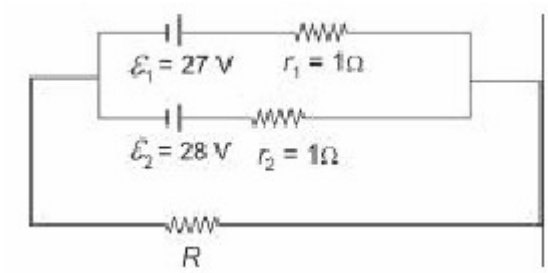
$8I_A = \frac{150}{31} + \frac{186}{31}$

$I_A = I_X = \frac{42}{31} A$

3ºpasso: calcular as correntes nos ramos adjacentes.

$I_Y = I_Z - I_X = \frac{8}{31} A$. Como $I_Z > I_X$, I_Y e I_Z têm o mesmo sentido.

Exercício Resolvido:
(AFA 06) No circuito abaixo, para que a bateria de f.e.m. E_1 e resistência interna r_1 funcione como receptor, o valor da resistência *R* poderá ser igual a:



a)30 b)20 c)25 d)15

Solução: Através do método de Maxwell, esse problema se torna um exercício de estudo de variação do sinal. Observe:
Sendo I a corrente circular na malha de cima e I' a corrente que passa na malha de baixo, ambas no sentido anti-horário, temos que:
28-27=2I – I' (x R+1)
-28 = (R+1)I' – I

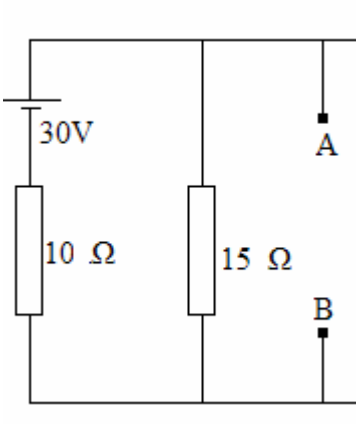
R+1 = 2(R+1)I – (R+1) I'
-28 = -I + (R+1)I'
Somando:
R-27 = (2R+1)I
I= R-27/2R+1
Para E_1 ser um receptor, I tem q ser positivo:
R-27/2R+1 >0
Temos que R >27 Ω ou R < -0,5 Ω
O que implica que a resposta possível é o item (a) R = 30Ω

C) Método de Thévénin

A transformação de Thévénin: a transformação de Thévénin consiste em encontrar uma única tensão de potencial e uma única resistência que substituam uma rede. Calculam-se esses equivalentes da seguinte forma:
i_{Th} = Corrente que vai de A para B quando estes terminais são curto – circuitos.
V_{Th} = Tensão obtida nos terminais A - B quando estas estão em circuito aberto.
R_{Th} = Resistência equivalente nos terminais A - B, ao se anular todas as fontes independentes.

Observe o exemplo abaixo:
Calcular a corrente que passa pelo gerador de 20V:

Isolando-se o lado esquerdo aos pontos A - B:



V_{AA} =0, então:

30 = (15+10) i_{Th}

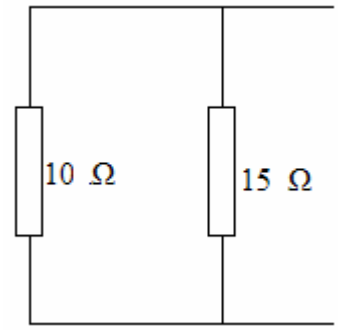
i_{Th} = 1,2 A

V_{AB} = V_{Th}

V_{AB} = 15. i_{Th} => V_{AB} = 15.1,2

V_{Th} = 18V

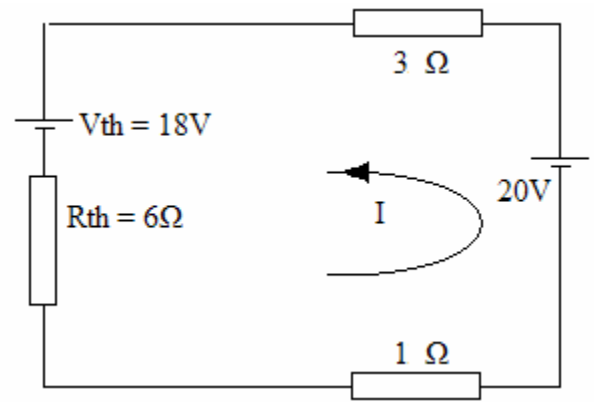
"Apagando" as tensões:



$$\frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{15} + \frac{1}{10}$$

R_{Th} = 6,0Ω

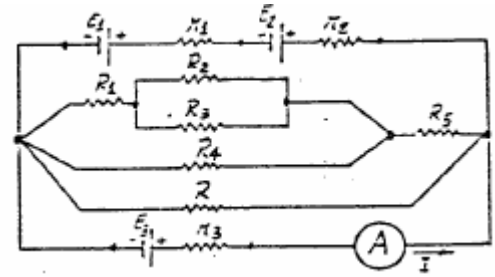
O circuito Equivalente de Thévénin é:



Calculando o valor de I:
20-18=10I
I =0,2ª

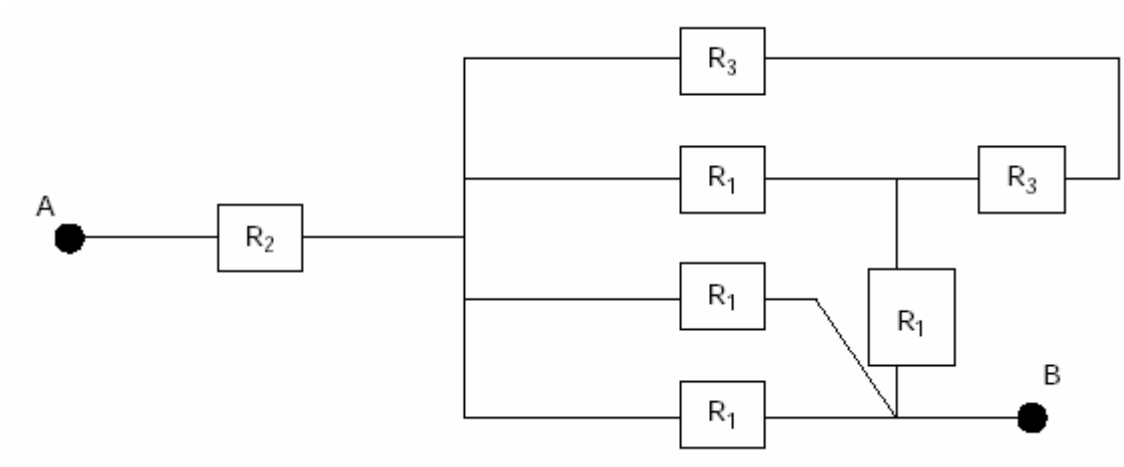
Exercícios

01) (IME – 96) No circuito representado abaixo, o amperímetro A, ideal indica I = 2A. Determine:
a) o valor da resistência R;
b) a quantidade de calor desenvolvida em R_5, num intervalo de tempo igual a 10 minutos.
Dados:
Bateria 1: fem E_1 = 9 V; resistência interna r_1 = 1,5 Ω
Bateria 2: fem E_2 = 3 V; resistência interna r_2 = 0,5 Ω
Bateria 3: fem E_3 = 12 V; resistência interna r_3 = 2 Ω
R_1 = 2 Ω
R_2 = R_3 = 4 Ω
R_4 = 12 Ω
R_5 = 1 Ω

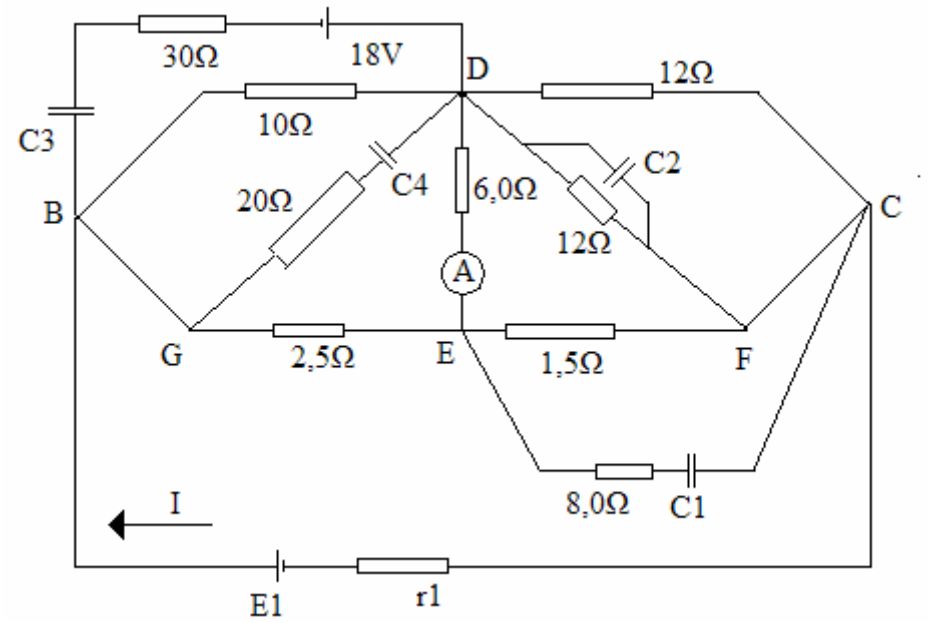


02) (ITA -01) No circuito elétrico da figura, os vários elementos têm resistências R_1, R_2 e R_3 conforme indicado.

Sabendo que $R_3 = R_1/2$, para que a resistência equivalente entre os pontos A e B da associação da figura seja igual a 2R2 a razão r = R_2 / R_1 deve ser:
(A) 3/8 (B)8/3 (C) 5/8 (D) 8/5 (E) 1

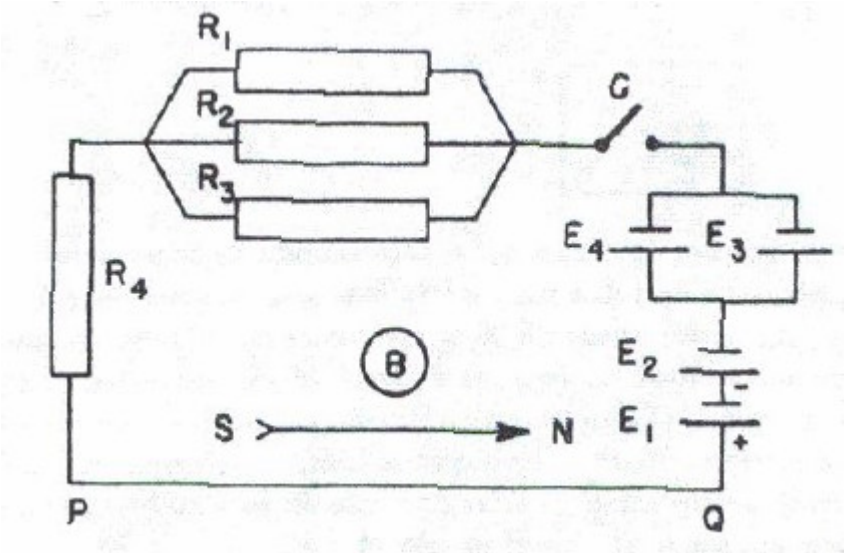


03) (EN – 04 Adaptada) No circuito abaixo, considere o amperímetro ideal e os capacitores, à vácuo, completamente carregados.



O gerador de fem E_1 e resistência interna r, fornece potência máxima igual a 80W. Sabe-se que a corrente elétrica fornecida pelo gerador é I=5,0A e as circunstancias dos capacitores valem:
C_1=4,0μF C_2=6,0μF C_3= 8,0μF C_4=12μF. Calcule:
a)a fem (E_1) e a resistência interna (r) do gerador;
b)a potência elétrica dissipada, por efeito Joule, no resistor de 12 Ω, entre os pontos D e F;
c) a carga elétrica armazenada no capacitor C_1 e a energia eletrostática co capacitor C_3.

04) (ITA – 79) Considere o circuito abaixo no plano horizontal, onde R_i (i = 1 até 4) são resistores e E_i (i = 1 até 4) são fontes ideais de diferença de potencial elétrico, constantes no tempo, C é uma chave interruptora inicialmente aberta e B é uma bússola colocada no mesmo plano do circuito, com a direção norte – sul da agulha magnética paralela ao condutor PQ do circuito.



Dados:

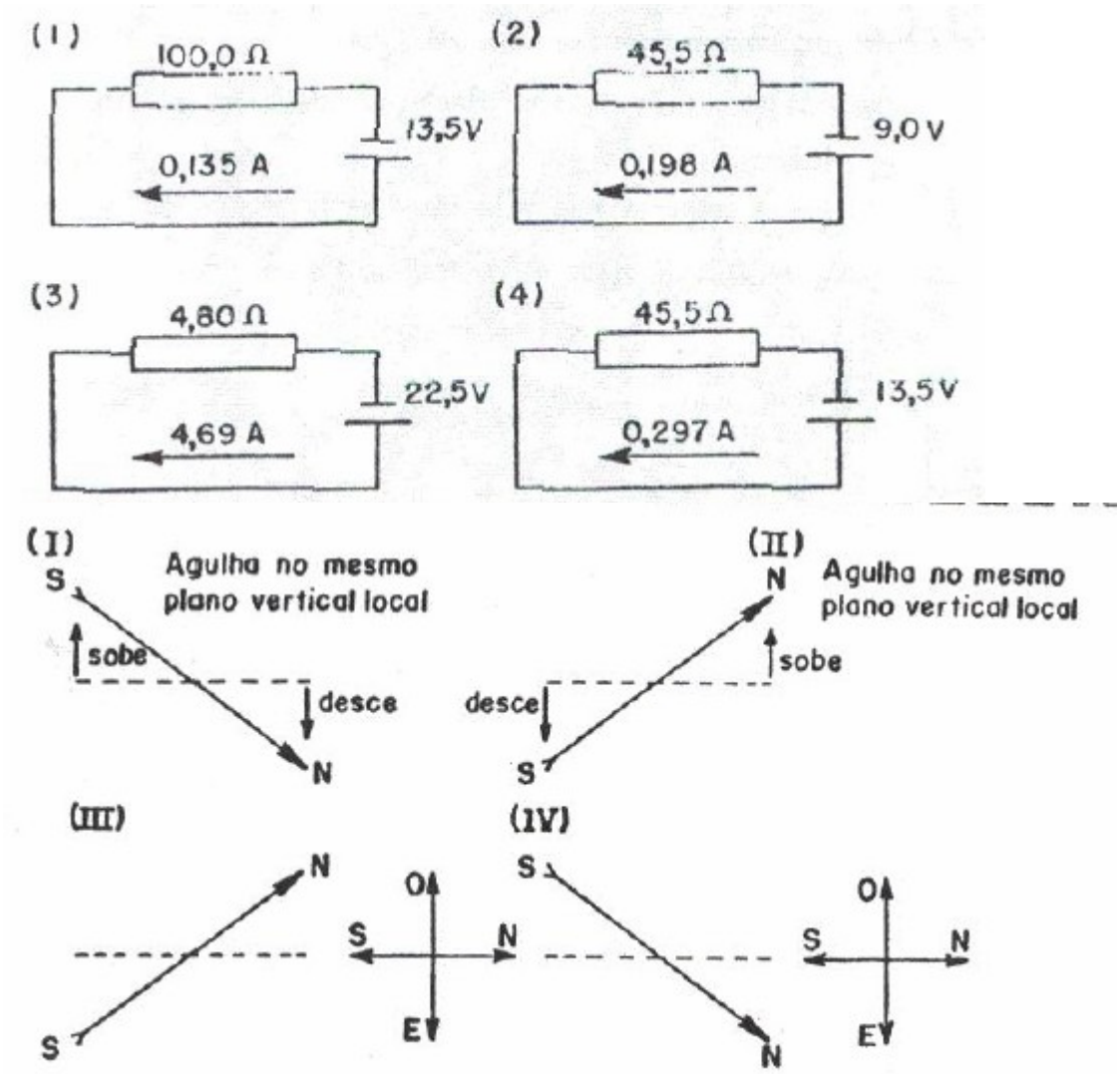
R_1 = 10,0 Ω E_1 =1,5V

R_2 = 20,0 Ω E_2 =3,0V

R_3 = 30,0Ω E_3 =9,0V

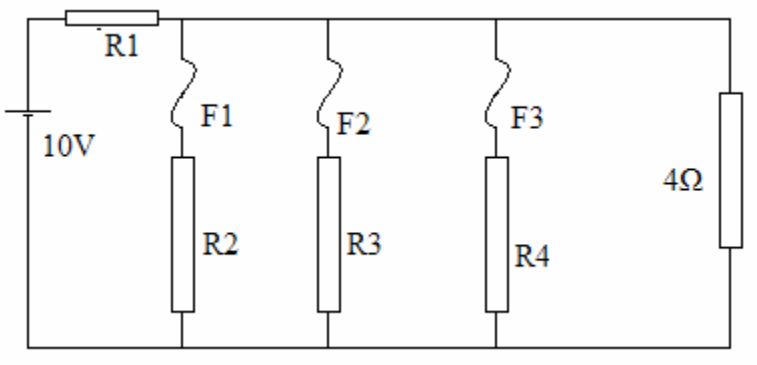
R_4 = 40,0Ω E_4 =9,0V

Uma vez fechada a chave C, e supondo que a intensidade do campo de indução magnética é suficiente para agir sobre a agulha imantada da bússola, desprezando-se as demais interações, pode-se afirmar que o circuito equivalente ao dado acima e a nova posição da agulha da bússola serão:

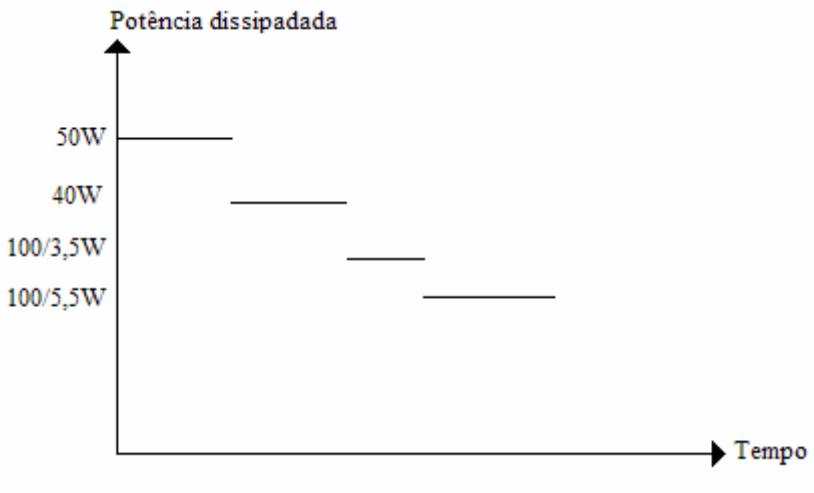


(A) 4 e IV
(B) 2 e III
(C) 3 e II
(D) 4 e I
(E) 1 e IV

05) (IME – 01) Um circuito contém uma bateria de 10V, 5 resistores e 3 fusíveis, como mostrado na figura abaixo:



Os fusíveis deveriam ter as seguintes capacidades de corrente máxima: F_1 - 1,35 A, F_2 - 1,35 A e F_3 - 3 A. Por engano, o fusível F_3 colocado no circuito tinha a capacidade de 1,35 A. Mediu-se a potência fornecida pela fonte e obteve-se o gráfico abaixo:

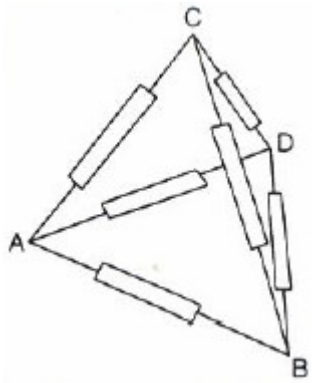


Sabendo-se que $R_2 > R_3 > R_4$:

a)Explique o motivo da variação da potência fornecida pela fonte com o decorrer do tempo;

b)calcule os valores de R_1, R_2, R_3 e R_4.

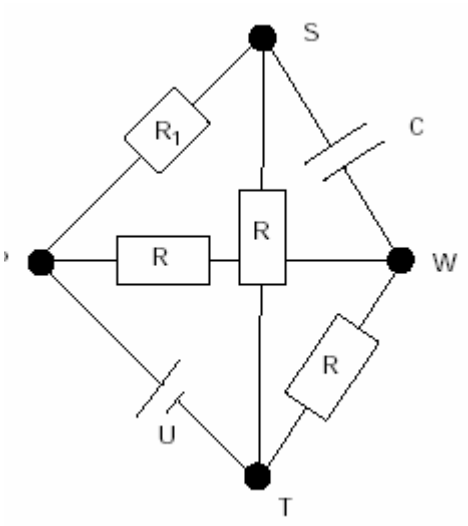
06) (ITA – 97) Considere um arranjo em forma de tetraedro constituído com 6 resistências de 100 Ω, como mostrado na figura. Pode-se afirmar que as resistências equivalentes R_{AB} e R_{CD} ,entre os vértices A,B e C,D, respectivamente, são:



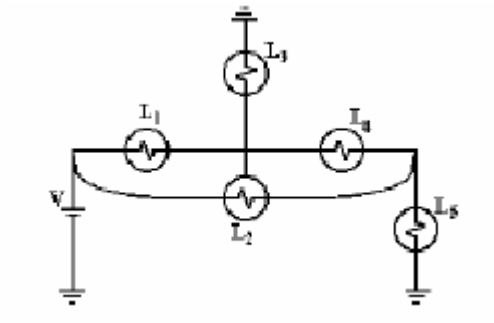
(A) $R_{AB} = R_{CD}$ =33,3 Ω
(B) $R_{AB} = R_{CD}$ =50,0 Ω
(C) $R_{AB} = R_{CD}$ = 66,7 Ω
(D) $R_{AB} = R_{CD}$ =83,3 Ω
(E) R_{AB} =66,7 Ω e R_{CD} =83,3 Ω

07)(ITA – 01*)* Considere o circuito da figura, assentado nas arestas de um tetraedro, construído com 3 resistores de resistência R, um resistor de resistência R_1, uma bateria de tensão U e um capacitor de capacitância C. O ponto S está fora do plano definido pelos pontos P, W e T. Supondo que o circuito esteja em regime estacionário, pode-se afirmar que:

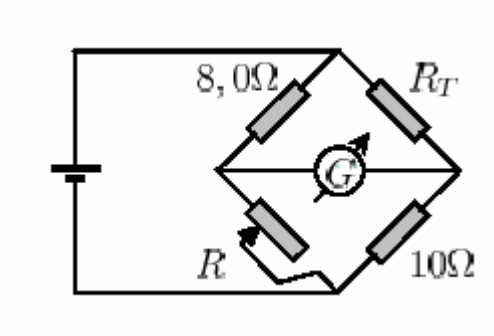
A) a carga elétrica no capacitor é de 2,0 10–6 F, se R_1 = 3 R.
B) a carga elétrica no capacitor é nula, se R_1 = R.
C) a tensão entre os pontos W e S é de 2,0 V, se R_1 = 3 R.
D) a tensão entre os pontos W e S é de 16 V, se R_1 = 3 R.
E) nenhuma das respostas acima é correta.



08)(IME – 91) No circuito mostrado na figura existem cinco lâmpadas iguais. Quatro estão acesas e uma está apagada. Determine a lâmpada que está apagada e justifique sua resposta.



09)(ITA – 05) O circuito da figura abaixo, conhecido como ponte de Wheatstone, está sendo utilizado para determinar a temperatura de óleo em um reservatório, no qual está inserido um resistor de fio de Tungstênio R_T. O resistor variável R é ajustado automaticamente de modo a manter a ponte sempre em equilíbrio, passando de 4,00Ω para 2,00Ω.

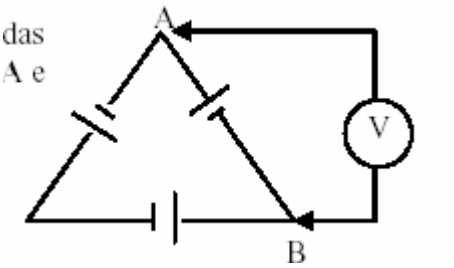


Sabendo que a resistência varia linearmente com a temperatura, e que o coeficiente linear de temperatura para o tungstênio vale $\alpha = 4{,}00/10^3$ /°C, a variação da temperatura do óleo deve ser:

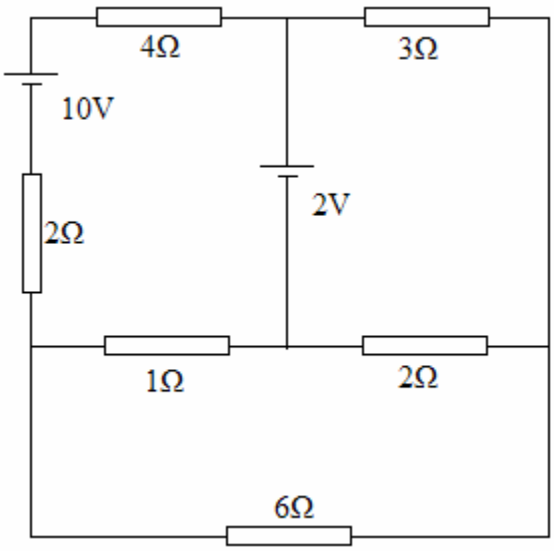
(A)-125°C (B) -35,7°C (C) 25,0°C (D) 11,7°C (E) 250°C

10)(IME – 90) Três baterias exatamente iguais (mesma f.e.m. e mesma resistência interna) são ligadas conforme indicado na figura abaixo. Determine a d.d.p. medida pelo voltímetro entre os pontos A e B, justificando sua resposta.

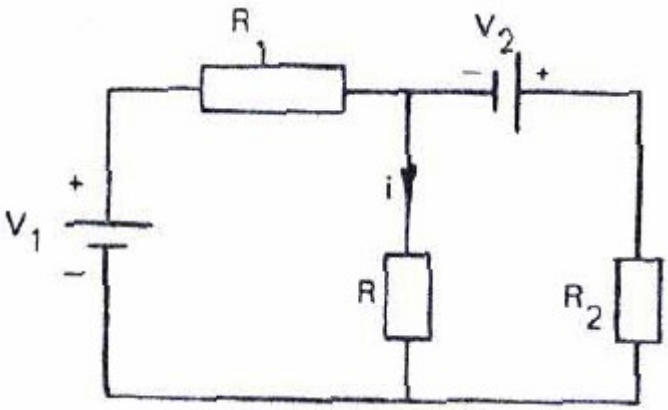
das
A e



11) Determine a corrente em cada ramo da rede representada na figura abaixo:



12) (ITA – 80) No circuito esquematizado, a corrente i através da resistência R é dada por:



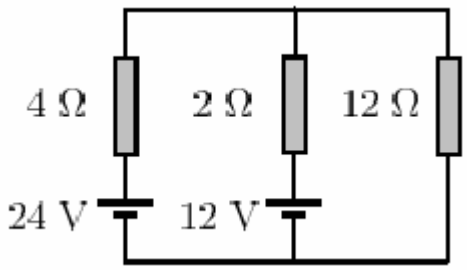
(A) $R_2V_2 - R_1V_1 / R_1R_2 + R_1R + RR_2$
(B) $R_2V_1 - R_1V_2 / R_1R_2 + R_1R + RR_2$
(C) $R_1V_2 + R_2V_1 / R_1R_2 + R_1R + RR_2$

(D) R_1V_2 - R_2V_1 / R_1R_2 + R_1R + RR_2
(E) R_1V_1 + R_2V_2 / R_1R_2 + R_1R + RR_2

13)(ITA – 04) O circuito elétrico mostrado na figura é constituído por dois geradores ideais, com 45V de força eletromotriz, cada um, dois capacitores de capacitância 2μF;duas chaves S e T e sete resistores, cujas resistências estão indicadas na figura. Considere que as chaves S e T se encontram inicialmente fechadas e que o circuito está no regime estacionário.

Assinale a opção correta:
(A) A corrente através do resistor d é de 7,5 A;
(B) A diferença de potencial em cada capacitor é de 15V;
(C) Imediatamente após a abertura da chave T, a corrente através do resistor g é de 3,75 A;
(D) A corrente através do resistor e, imediatamente após a abertura simultânea das chaves S e T é de 1,0 A;
(E) A energia armazenada nos capacitores é de $6,4/10^4$ J.

14)(ITA – 05) Um técnico em eletrônica deseja mediar a corrente que passa pelo resistor de 12Ω no circuito da figura. Para tanto, ele dispõe apenas de um galvanômetro e de uma caixa de resistores. O galvanômetro possui resistência interna R_g =5kΩ e suporta, no máximo,uma corrente de 0,1mA. Determine o valor máximo do resistor R a ser colocado em paralelo com o galvanômetro para que o técnico consiga medir a corrente.



15)(IME 02) Após muito tempo aberta, a chave S do circuito da figura 1 é fechada em t = 0. A partir deste instante, traça-se o gráfico da
figura 2, referente à tensão elétrica VS. Calcule:
A- o valor do capacitor C;
B- a máxima corrente admitida pelo fusível F;
C- a tensão VS, a energia armazenada no capacitor e a potência dissipada por cada um dos resistores, muito tempo depois da chave ser fechada.

Dados(use os que julgar necessários:
1n (0,65936) = -0,416486
1n (1,34064) = 0,293147
1n (19,34064) = 2,962208
1n (4) = 1,386294
1n = (10) = 2,302585

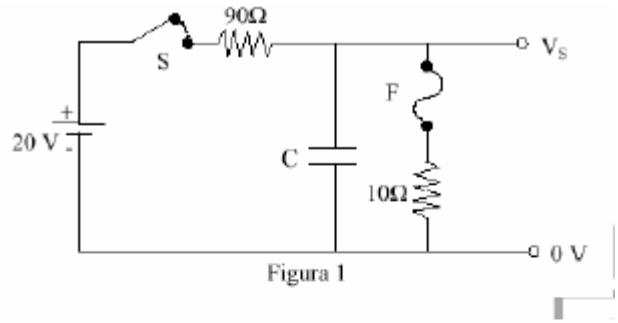


Figura 1

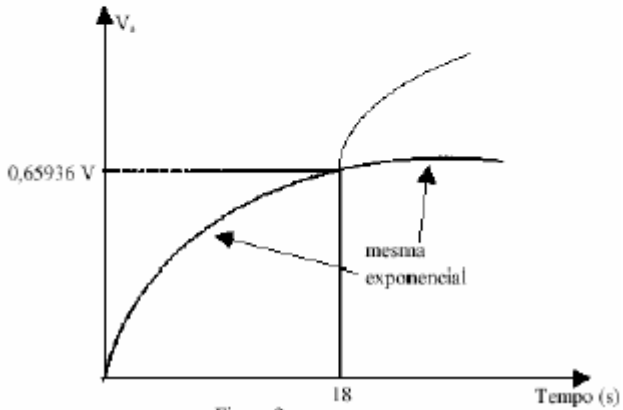


Figura 2

This document was created with Win2PDF available at http://www.daneprairie.com.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.