

Prof.: Filipe Rodrigues

Lista de Exercícios

Produtos Notáveis e Fatoração – [www.rumoaqita.com](http://www.rumoaqita.com)

1-) O natural n para o qual

$(10^{12} + 2500)^2 - (10^{12} - 2500)^2 = 10^n$  é igual a:

a) 10    b) 12    c) 14    d) 16    e) 18

2-) O menor inteiro positivo n para o qual o número N é um quadrado perfeito, tal que

$N = 100000.100002.100006.100008 + n$  é ?

a) 30    b) 32    c) 34    d) 36    e) 38

3-) O valor de

$N = 1999199819 \cdot 97^2 - 2.1999199819 \cdot 94^2 + 1999199819 \cdot 91^2$  é igual a ?

a) 12    b) 14    c) 16    d) 18    e) 20

4-) Se  $\sqrt[3]{n + \sqrt{n^2 + 8}} + \sqrt[3]{n - \sqrt{n^2 + 8}} = 8$ , onde n é um inteiro, então o valor de n é ?

5-)  $x = \sqrt{8 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$ . Simplifique x.

6-) Seja Y um conjunto em que os elementos podem ser escritos como soma de dois quadrados. Sejam a e b elementos de Y. Prove que o produto ab também é elemento de Y.

7-) Determine n, inteiro, para que S seja inteiro também.

8-) A fração  $\frac{444445.888885.444442 + 444438}{444444^2} = I$ .

Determine simplificada e I.

9-) Fatore as expressões abaixo:

a-)  $ab^3x^2 - a^2b^2x^2 + ab^2x^3 - a^2bx^3$

b-)  $9a^2b^5x^2 - 9a^2bx^6$

c-)  $60ab^3x^2 - 90ab^2x^3 + 40a^2b^3x - 60a^2b^2x^2$

d-)  $15a^3bx^2y - 5a^3bxy^2 - 15a^2b^2x^2y + 5a^2b^2xy^2$

e-)  $1 + 2xy - x^2 - y^2$

f-)  $x + y^3 + z^3 - 3xyz$

g-)  $x^4 + 4y^4$

h-)  $(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$

i-)  $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$

j-)  $a^6 - 54a^3b^3 + 729b^6$

k-)  $x^5 + x + 1$

l-)  $x^{10} + x^5 + 1$

m-)  $3(a + b)^2 - 2(a + b)(a - b) - (a + b)$

n-)  $5x^{n-1} + 10x^n + 15x^{n-1}$

10-) A soma  $S = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \dots + \frac{1}{2998.3001}$  pode ser

escrita sob a forma da fração irredutível  $\frac{p}{q}$  o valor de p+q é?

11-) Se  $\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2y^4}} = a$ , então  $D = x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}$ . Determine D em função de a.

12-) Se  $x = \frac{1 + \sqrt{2002}}{2}$ , então  $4x^3 - 2005x - 2003$  é ?

13-) Sejam a e b números reais tais que  $a^2 + b^2 = 6ab$ . Se  $\frac{a^3 - b^3}{a^3 + b^3} = \frac{p}{q}\sqrt{2}$  onde p e q são primos entre si, o valor de p+q é ?

14-) O maior inteiro menor ou igual a  $\frac{3^{31} + 2^{31}}{3^{29} + 2^{29}}$  é igual

a:

15-)  $\sqrt{1 + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{(x-1)^2}} + \frac{1}{x^2} = 2006 - \frac{1}{2005}$ . Na expressão anterior x é igual a:

16-) Simplifique  $D = \frac{x^7 + y^7 + z^7}{xyz(x^4 + y^4 + z^4)}$ . Sabendo que  $x + y + z = 0$ .

17-) O número

$\frac{(10^4 + 324)(22^4 + 324)(34^4 + 324)(46^4 + 324)(58^4 + 324)}{(4^4 + 324)(16^4 + 324)(28^4 + 324)(40^4 + 324)(52^4 + 324)}$  é igual a:

a) 371    b) 372    c) 373    d) 374    e) 375

18-) Seja N um inteiro positivo tal que o seu primeiro algarismo da esquerda seja 2 e os 1994 seguintes sejam iguais a 3. A soma dos algarismos

19-) Se  $(5^2 + 9^2)(12^2 + 17^2)$  for escrito sob a forma de  $a^2 + b^2$ , tal que a e b sejam maiores que zero, então a + b é ?

20-) Determine a para que a identidade  $\sqrt[3]{\sqrt{2}-1} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}}(1 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})$  ocorra.

21-) Sejam a, b, e c são três números reais tais que  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{b+a} = 1$ . Calcule  $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{a+c} + \frac{c^2}{b+a}$ .

22-) O número  $\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$  pode ser escrito sob a forma de  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c}$  em que a, b e c são números racionais. Determine o valor da soma a + b + c.

23-) A soma dos algarismos da raiz quadrada de A, tal que  $A = \overbrace{(111\dots11)}^{2002 \text{ un's}} \cdot \overbrace{(100\dots005)}^{2001 \text{ zeros}} + 1$  é T. Determine T.

24-)  $S = \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{13}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{13}}$ . Simplifique S.

25-) Prove que os números da forma  $\overbrace{111\dots11}^{n \text{ un's}} \cdot \overbrace{113555\dots5569}^{(n-1) \text{ cinco}}$  são quadrados perfeitos.