Lista 1 de Progressões Geométricas
Prof. Filipe – www.rumoaoita.com

Alguns bizus!!!!

a) Para questões com PG de três termos use: (x, xq, xq^2) **ou** $\left(\frac{x}{q}, x, xq\right)$

b) Para questões com PG de quatro termos use: (x, xq, xq^2, xq^3) **ou** $\left(\frac{x}{q^3}, \frac{x}{q}, xq, xq^3\right)$

c) Para questões com PG de 2n termos use:
$(x, xq, xq^2, xq^3, ..., xq^{2n-1})$ **ou** $\left(\frac{x}{q^{2n-1}}, ..., \frac{x}{q^3}, \frac{x}{q}, xq, xq^3, ..., xq^{2n-1}\right)$

d) Para questões com PG de 2n+1 termos use:
$(x, xq, xq^2, xq^3, ..., xq^{2n})$ **ou** $\left(\frac{x}{q^n}, ..., \frac{x}{q^2}, \frac{x}{q}, x, xq, xq^2, ..., xq^n\right)$

e) Lembre-se que para ser PG: $a_k . a_{k+2} = (a_{k+1})^2$.

f) $S(n) = a_1\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$ **g)** $P(n) = (a_1)^n (q)^{\frac{(n-1)n}{2}}$

h) Se, 0 < q < 1, $\lim_{n \to \infty} S(n) = \frac{a_1}{1-q}$

1-) Determine três números reais em PG de modo que a sua soma seja $\frac{21}{8}$ e a soma de seus quadrados seja $\frac{189}{64}$.

2-) Mostre que $senx, sen(x+\pi), ..., sen(x+n\pi)$ é uma PG.

3-) Sabendo que (a, b, c, d) é uma PG, então prove que: $(b-c)^2 + (c-a)^2 + (d-b)^2 = (a-d)^2$

4-) Obter uma PG de cinco números racionais cuja soma é $\frac{121}{3}$ e o produto é 243.

5-)prove que se a, b, c formam, nessa ordem, uma PA e uma PG, então a = b = c.

6-) Obtenha quatro números sabendo que:
I) a + d = 32; III) (a, b, c) é uma PG.
II) b + c = 24; IV) (b, c, d) é uma PA.

7-) Calcule $S = \frac{3}{5} + \frac{6}{35} + \frac{12}{245} + ...$

8-) A soma de três números que forma uma PA crescente é 36. Se aumentarmos 6 unidades ao último eles passam a constituir uma PG.

9-) Prove que se x, y, z estão em PG, então vale a relação:
$(x+y+z)(x-y+z) = x^2 + y^2 + z^2$

10-) Prove que se a, b, c, d estão em PG então vale a relação:
$(b-c)^2 = ac + bd - 2ad$

11-) Determine o conjunto de todos os valores que pode ter uma PG crescente que representa os lados de um triângulo qualquer.

12-) Calcule x, em radianos, sabendo que $\frac{senx}{2}, senx$ e tgx formam uma PG.

13-) Obtenha o 100º termo da PG (2, 6, 18, ...).

14-) Obtenha o 5º termo da PG ($\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[6]{2}$)

15-) O oitavo termo de uma PG é igual a sua razão e vale ***a***. Calcule o 1º termo.

16-) Calcule o erro cometido quando se calcula a soma dos 1000 primeiros termos da PG $\left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, ...\right)$ ao invés da soma de todos os seus infinitos termos.

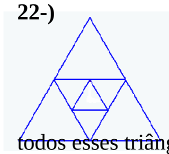
17-) Calcule $S = 1 + \frac{3}{4} + \frac{7}{16} + \frac{15}{64} + ... + \frac{2^n - 1}{2^{2n-2}} + ...$

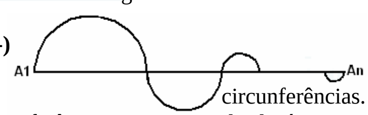
18-) Qual a geratriz das dízimas abaixo?
a) 0,417417417... c) 0,17090909...
b) 5,1212121212... d) 9,3858585....

19-) Determine m tal que $2 + \frac{4}{m} + \frac{8}{m^2} + ... = \frac{14}{5}$.

20-) $S = 1 + 2x + 3x^2 + ...$ (0 < x <1)
Sugestão: Multiplique os dois termos da igualdade por x.

21-) Numa PG $a_1 = \frac{25a^2}{4(a^2+1)}$ e $a_4 = \frac{2(a^2+1)^2}{5a}$ com a>0.
a) Quais os valores de a para os quais a PG é decrescente.
b) O limite da soma dos termos para $q = a - \frac{1}{5}$.

22-)  O lado de um triângulo eqüilátero mede L. Unindo os pontos médios de seus lados, obtêm-se um novo triângulo eqüilátero. Fazendo esse processo indefinidamente, obtêm-se infinitos triângulos. Determine a soma das áreas de todos esses triângulos bem como a soma de todos os perímetros.

23-) 

Cada curva dessas representa semi-circunferências. Sabe-se que cada área de semi-circunferência possui metade da área anterior. Calcule o comprimento da curva em função de n. De o seu limite quando $n \to \infty$. Calcule também a soma de todas as suas áreas em função de n, bem como o volume do sólido resultante quando cada semicírculo desses roda em torno do eixo desenhado. Determine os limites quando $n \to \infty$.

24-) Determine uma PG em que a soma dos dez primeiros termos é 3069 e a soma dos dez últimos termos é 6138.

25-) Prove que em qualquer PG acontece as seguintes relações:
a) $[S(n)]^2 + [S(2n)]^2 = S(n)(S(2n) + S(3n))$
b) $P^2 = \left(\frac{S}{S'}\right)^n$. S(n) é a soma dos n primeiros termos, P(n) é o produto dos n primeiros termos e S'(n) é a soma dos inversos dos n primeiros termos.

26-) Seja a > 0 o 1º termo de uma PA de razão r e também de uma PG de razão $q = 2r\frac{\sqrt{3}}{3a}$. Determine a relação entre a e r para que o *n*-ésimo termo da PG coincida com a soma dos *n* primeiros termos da PA.

27-) Prove que se a, b, c são os elementos de ordem p, q, r respectivamente, da mesma PG, então: $a^{q-r}.b^{r-p}.c^{p-q} = 1$.

28-) Find the sum $S = 1 + 11 + 111 + ... + 1111...111$, if the last summand is a n-digit number.

29-) Given an arithmetic progression with general term a_n and a geometric progression with general term b_n. Prove that $a_n < b_n$ for n > 2 if $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $a_1 \neq a_2$ and $a_n > 0$ for all natural numbers n.

30-) Find the sum $S = nx + (n-1)x^2 + ... + 2x^{n-1} + x^n$.