Lista de Exercícios;
Assunto: Indução Finita
Prof.: Filipe Rodrigues – www.rumoaoita.com

1-) Prove que: $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

2) Prove que: $\sum_{k=1}^{n} kk! = (n+1)! - 1$

3-) Prove que: $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

4) Prove que: $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

5) (**IME-93**) Prove que:

$$(a+b)^n = a^n\binom{n}{0} + a^{n-1}b\binom{n}{1} + a^{n-2}b^2\binom{n}{2} + \ldots + a^2b^{n-2}\binom{n}{n-2} + a^1b^{n-1}\binom{n}{n-1} + b^n\binom{n}{n}$$

Dado que $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ e que k! = k(k – 1)(k – 2)...3.2.1

6) Prove que a soma de uma PG de razão q de n termos e primeiro termo a_1, é dada por: $S_{PG} = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$

7) Prove que $\sum_{k=1}^{n} k2^k = (n-1)2^{n+1} + 2$

8) Dado que se a ≡ b (mód. m) então, a = mq + b, prove que se a ≡ b (mód. m) então $a^n \equiv b^n$ (mód. m).

9) Prove que: $\sum_{k=1}^{n} sen(kx) = \frac{sen\left(\frac{(n+1)x}{2}\right)sen\left(\frac{nx}{2}\right)}{sen\left(\frac{x}{2}\right)}$

10) (IME - 1987) Prove que $2^{\frac{5n}{4}} < \binom{2n}{n}$, $\forall\ n \geq 2$.

11) Dada a relação de recorrência $A(n) = 2A(n-1) + 1$, com $A(1) = 1$, mostre que $A(n) = 2^n - 1$.

Essa questão não é de indução finita...é apenas legal...tente faze-la....

(Moldávia-1998) A seqüência (a_n), $n \in$ N* verifica as relações $a_1 = \frac{1}{2}$ e $a_n = \frac{a_{n-1}}{2na_{n-1} + 1}$ para todo número natural $n > 1$. Calcule $a_1 + a_2 + \cdots + a_{1998}$.